Балтовский А.А., Сифоров А.И.
Одесский государственный юридический университет внутренних дел

Разработка подходов по описанию сложных систем управления

Одним из путей повышения эффективности систем управления и обработки информации является использование более точных и достоверных математических моделей объектов или процессов на основе применения современных методов идентификации, что становится возможным с применением достижений цифровой вычислительной техники.

Основные задачи разработки математических моделей объектов и процессов отвечают государственным научно-техническим программам, которые сформулированы в законах Украины «О научной и научно-технической деятельности» и «О национальной программе информатизации», п.п.в,7,19. В этой связи актуальность очевидна.

Синтез структуры является первоначальным, очень сложным и ответственным этапом проектирования иерархической автоматизированной системы управления производством.

На основании анализа литературных источников [1-5] нами установлено, что в настоящее время синтез структуры выполняется: использованием агрегативно-декомпозиционного подхода, включающего последовательную декомпозицию выполняемых системой целей, функций и задач; агрегатирование (объединение) элементов на соответствующем уровне детализации для генерирования вариантов построения системы на основе выбранных критериев эффективности; параметризацией исходной задачи по размерности вектора управляющих переменных для отдельных элементов, которые входят в состав сложного объекта. Критерий оптимальности параметризированной задачи экспоненциально зависит от ее размерности и включает коэффициенты, учитывающие сложность алгоритмов оптимизации различных уровней системы управления; на представлении системы в виде графа сигналов. В основе методологического решения данной задачи лежит идея последовательного расширения структуры системы путем присоединения к заданной структуре дополняющейся части придающей системе требуемые свойства; на основе эвристических правил, нередко приводящих к структурно-порочным системам. Общие недостатки известных подходов – огромные затраты и несовершенство, требующие последующей доработки и не всегда заканчивающихся удовлетворительными результатами.

Целью работы является разработка строго формализованного метода, основанного на теоретико-множественных конструкциях. Такой подход позволяет предельно общо подойти к проблеме описания сложных систем, к которым относятся иерархические системы, дает возможность наделять полученные конструкции конкретными математическими структурами, что способствует детальному изучению и получению результатов.

При определении иерархической системы наиболее естественным является подход основанный на теоретико-множественных конструкциях. Это объясняется двумя факторами: во-первых позволяет предельно общо подойти к проблеме списания сложных систем, к которым относятся иерархические системы; во-вторых, такой подход дает возможность надлять полученные конструкции конкретными математическими структурами, что способствует детальному изучению и получению конкретных результатов. При этом мы исходили из понятия системы S как подмножества декартового произведения некоторого семейства множеств $\{V_i | i \in I\}$ $S \subset \prod_{i \in I} V_i$, I – множество индексов, принимая во внимание существование глобальной реакции системы

$$R : X \times \prod_{i \in I_1} V_i \to \prod_{j \in I_2} V_j ,$$

где $I_1 \bigcup I_2 = I$ и $I_1 \bigcap I_2 = \varnothing$; X – некоторое абстрактное множество, называемое множеством состояний.

Иерархическая n – уровневая система U представляет собой пятерку:

$$U = (X, Z, \Omega, \varphi, \psi), \tag{1}$$

где X – множество состояний системы является декартовым произведением множеств $X = \prod_{i=1}^{n} X_i$. Множество управлений Z и множество внешних воздействий Ω являются множествами отображений

$$\forall z \in Z \;\; Z : X \to X , \; \forall \omega \in \Omega \;\; \omega : X \to X .$$

Причем $Z = \prod_{i=1}^{n} Z_i$, $\Omega = \prod_{i=1}^{n} \Omega_i$, так что $z(x) = (z_1(x_1), z_2(x_2), \ldots, z_n(x_n))$, $\omega(x) = (\omega_1(x_1), \omega_2(x_2), \ldots, \omega_n(x_n))$, для всех $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in X$, где $z_i \ni Z_1 : X_i \to X_i$, $\Omega_i \ni \omega_i : X_i \to X_i$.

Будем полагать, что множества Z_i и Ω_i содержат элемент $\wedge$ такой, что $\wedge(x) = x$, для всех $x \in X_i$ и для $i = 1, 2, \ldots, n$.

Далее, $\varphi : X \to P(X)$, $\psi : X \to P(Z)$, где $P(\cdot)$ – совокупность всех непустых подмножеств, множества m, φ и ψ являются диагональными произведениями $\varphi = \mathop{\Delta}_{i=1}^{n} \varphi_i$, $\psi = \mathop{\Delta}_{i=1}^{n} \psi_i$ от ображений $\varphi_i : X \to P(X_i)$, $\psi_i : X \to P(Z_i)$, $(i = 1, 2, \ldots, n)$.

Так что для каждого $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ $\varphi(x) = \prod_{i=1}^{n} \varphi_i(x)$, $\psi(x) = \prod_{i=1}^{n} \psi_i(x) \, \varphi_i(x)$ определяются значениями многозадачных отображений

$$\varphi_{ki} : X_k \to P(X_i), \; (k = 1, 2, \ldots, n) \tag{2}$$

как первое непустое множество в последовательности $A_n \subseteq A_{n-1} \subseteq \ldots \subseteq A_1$, $A_m = \bigcap_{k=1}^{m} \varphi_{ki}(x_k)$, $(m = 1, 2, \ldots, n)$.

Аналогично $\psi_i(x)$ – первое непустое пересечение $B_m = \bigcap_{k=1}^{m} \psi_{ki}(x_k)$ в последовательности $B_n \subseteq B_{n-1} \subseteq \ldots \subseteq B_1$.

Таким образом, иерархическую систему (1) можно рассматривать как систему, состоящую из n - уровней $(i = 1,2,\ldots,n)$

$$U_i = \left(X_i, Z_i, \Omega_i, \{\varphi_{ij}\}, \{\psi_{ij}\}_{1\le j\le n}\right) \tag{3}$$

Будем называть множество X_i множеством состояний i - го уровня, Z_i – множеством возможных управлений i - м уровнем и Ω_i – множеством внешних воздействий на i - й уровень. $\varphi_{ij}(x)$ можно интерпретировать как множество j - го уровня, удовлетворяющих требованиям i - ому уровню, находящемуся в состоянии $x \in X_i$. В частности множество $\varphi_{ii}(x)$ будем называть собственной целью i - го уровня, отвечающей его состоянию x. Если $\varphi_{ij}(x) = X_j$, то это будет означать инвариантность состояний x i - го уровня к состояниям j -го уровня (отсутствие целеуказаний).

Множество $\psi_{ij}(x)$ является множеством допустимых управлений на j - ом уровне, определяемым состоянием x уровня U_i. Отсутствие ограничений на управляемость j - м уровнем со стороны уровня U_i, находящегося в состоянии x, выражается равенством $\psi_{i_j}(x) = Z_j$.

Отображения φ_i и ψ_i определяют приоритетность уровней. Действительно, при определении значения $\varphi_i(x)$ (соответственно $\psi_i(x)$) ($x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$) прежде всего учитываются элементы множества $\varphi_{1i}(x_1)$, затем $\varphi_{2i}(x_2)$ и т.д. до $\varphi_{ni}(x_n)$ (соответственно $\psi_{1i}(x_1)$, $\psi_{2i}(x_2)$,..., $\psi_{ni}(x_n)$.

Сохраняя принятую индексацию, мы будем говорить, что уровень U_k является вышестоящим по отношению к U_k', если $k < k'\left(U_k > U_k'\right)$. Следовательно, можно говорить об упорядоченном множестве уровней системы U, где $U_1 > U_2 > \ldots > U_n$, взаимосвязь которых как сверху вниз, так и снизу вверх характеризуется функциями φ_{ij} и ψ_{ij} $(i, j = 1,2,\ldots,n)$ и не ограничивается при этом взаимодействиями между соседними уровнями.

Состояние x системы U будем называть идеальным (или решение системы), если x является неподвижной точкой многозначного отображения φ, т.е. $x \in \varphi(x)$. Если множество неподвижных точек отображения φ не пусто $(F_{ix}\varphi \ne 0)$, то система U называется разрешимой.

Иерархическая система потенциально управляема в состоянии x, когда существует такое управление $z \in \psi(x)$, что $z(x) \in \psi(z(x))$, и полностью управляема в состоянии x, если $\forall \omega \in \Omega \quad \exists z \in \psi(x)$, то $z(\omega(x))$ – неподвижная точка отображения φ.

В общем случае под управлением иерархической системы можно понимать конечную последовательность управлений $z_1, z_2, \ldots, z_p$, которая приводит состояние x системы в состояние x_p так что $z_i(x) = x_1$, $z_l(x_{l-1}) = x_l$ $(l = 1,2,\ldots,h)$.

Если ввести в рассмотрение функцию $f : Z \to R$ множества Z во множество действительных чисел, то можно говорить, например, о „стоимости” управлений и решать задачу об оптимальном управлении в иерархических системах.

Для разрешимости системы U необходимо, чтобы $\left(F_{ix}\varphi_{11} \neq 0\right)$. Действительно, если $x = \left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)$ – неподвижная точка отображения φ, то $x_1 \in \varphi_1(x)$.

В силу определения φ_1 равно $\varphi_1(x) \cap \varphi_{11}(x_1) \neq 0$ и $\varphi_1(x) \subseteq \varphi_{11}(x_1)$, следовательно $x_1 \in \varphi_{11}(x_1)$.

Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_n$ являются непустыми компактными выпуклыми множествами в банаховых пространствах $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Тогда для того, чтобы иерархическая система была разрешимой, достаточно, чтобы отображение φ_{ki} $\left(1 \leq i,\ k \leq n\right)$ были замкнутыми и выпуклыми.

Действительно, при этих условиях множество состояний X иерархической системы является компактным выпуклым множеством в банаховом пространстве $x = \prod_{i=1}^{n} x_i$.

В силу определения отображений φ_j $\left(j = 1, 2, \ldots, n\right)$ для всех $x \in X$ $\varphi_j(x)$ непусто и для каждого j

$$\exists_k : \varphi_j(x) = \bigcap_{i=1}^{k} \varphi_{ij}(x),$$

поэтому для всех $\varphi_j(x)$ является замкнутым и выпуклым как непустое пересечение выпуклых множеств. Тогда отображение $\varphi = \mathop{\Delta}\limits_{j=1}^{n} \varphi_j$ будет удовлетворять условиям замкнутости и компактности. И по теореме Какутани о неподвижных точках имеем: $F_{ix}\varphi \neq \varphi$.

Предложены новые показатели эффективности системы управления производством. Разработанные подходы к алгоритмам автоматизированного синтеза структуры иерархической системы управления производством обеспечивают снижение временных и денежных затрат, способствуют скорейшему переходу к внедрению системы на конкретном производстве.

Литература

1. *Иванов В.В. Обзор достижений в области кибернетики и вычислительной техники: Вопр. точности и эффективности вычисл. алгоритмов, - Киев: ИК АН УССР, 1969,-135с.*
2. *Монтгомери Д.К. Планирование эксперимента и анализ данных: Пер. с англ.-Л. : Судостроение, 1980. - 384с.*
3. *Справочник по типовым программам моделирования / А.Г. Ивахненко, Ю.В. Коппа, В.С. Степашко и др.; Под ред.А.Г. Ивахненко. - К.: Техніка, 1980.- 184с.*
4. *Месарович М., Такахара М. Общая теория систем: математические основы . - М.: Мир, 1987. - 311с.*
5. *Александров В.В., Горский Н.Д. Алгоритмы и программы структурного метода обработки данных. Л.: Наука,1983. - 288с.*